

Iwona Jądzewska

 <https://orcid.org/0000-0002-4554-7486>

Uniwersytet Łódzki

Wydział Nauk Geograficznych

Instytut Geografii Miast, Turystyki i Geoinformacji

iwona.jadzewska@geo.uni.lodz.pl

RANK-CLOCKS – TRAJEKTORIE RANG 100 NAJWIĘKSZYCH MIAST W POLSCE W LATACH 1950–2022

Abstrakt: Niniejsze badanie odwołuje się do metody *rank-clocks* (pol. 'zegar rang') zaproponowanej przez Batty'ego (2006), który zwrócił uwagę, że klasyczna metoda *rank-size* opracowana przez Zipfa (1949) pomija w analizie mikrozmiiany w hierarchii miast. Na podstawie liczby ludności 100 największych polskich miast prześledzono ich ranking w latach 1950–2022 i wskazano te miasta, których trajektorie były zbliżone do tych klasycznych zaproponowanych przez Batty'ego (2014). Metoda wykorzystuje wykres biegunowy nazywany zegarem rang. Pozwolił on na odszukanie i wskazanie najbardziej stabilnych miast w systemie, a także wychodzących lub spektakularnie wchodzących do 100 największych miast systemu osadniczego Polski.

Słowa kluczowe: *rank-clocks*, *rank-size*, system miast, Polska

RANK-CLOCKS: THE RANKING TRAJECTORY OF THE 100 LARGEST CITIES IN POLAND (1950–2022)

Abstract: This study refers to the rank-clocks method proposed by Batty (2006), who pointed out that the classic rank-size method developed by Zipf (1949) omits from its analysis micro-changes in the hierarchy of cities. Based on the population of the 100 largest Polish cities, their ranking was tracked between 1950 and 2022, and those cities whose trajectories were similar to the classic ones proposed by Batty (2014) were identified. The method uses a polar graph called a rank clock, which allowed the finding and identifying of the most stable cities, as well as those leaving or spectacularly entering the 100 largest cities of the Polish settlement system.

Keywords: rank-clocks, rank-size, urban system, Poland

1. WPROWADZENIE

Wiele prac, w których przedstawione są metody rangowania i hierarchii miast według wybranej cechy, wykorzystuje regułę *rank-size* George'a Kingsleya Zipfa (1941, 1949) i jej kolejne modyfikacje (Batty, 1997; Gabaix, 1999; González-Val, 2012). Przyjmuje się, że prawo Zipfa dotyczy rozkładu wielkości miast i często jest punktem odniesienia do zrozumienia systemów miejskich, głównie przez szacowanie wartości wykładnika. Odchylenia od jego teoretycznego rozkładu są uważane za dowód zakłóceń w systemach miejskich (Gabaix, 1999). W rzeczywistości trudno spotkać zgodny z teoretycznym rozkładem układ hierarchiczny miast, a odchylenia od niego mogą być podstawą do poszukiwań ich możliwych przyczyn, np. instytucjonalnych, ekonomicznych, lokalizacji zasobów i wydarzeń historycznych. Z szerokim przeglądem literatury dotyczącej wykorzystania

prawa Zipfa można zapoznać się w pracy Arshad i in. (2018). Autorzy przedstawili wiele opinii, zarówno krytycznych, jak i pozytywnych, oraz wskazali fora dyskusji. Krytyka obejmowała przede wszystkim dobór próby do badań, słabości metodologiczne i ograniczenia w dostępności i jakości danych. Zwolennicy metody zauważają, że wyniki są poprawne, jeśli stosowane są odpowiednie metody empiryczne oraz przyjęto właściwą definicję miasta. Efekty dyskusji nad literaturą sugerują, że debata jest wciąż daleka od rozstrzygnięcia (Arshad i in., 2018).

Kilka modyfikacji i wizualizacji prawa Zipfa zaproponował Batty (2006, 2008, 2014), który stwierdził, że interpretacja reguły pomija mikrozmiiany w hierarchii miast w ujęciu dynamicznym. Metoda Zipfa była wielokrotnie stosowana do analizy miejskiej sieci osadniczej

w Polsce (Heffner, 1992; Jażdżewska, 2017; Sokołowski, 2001; Sokołowski i Jażdżewska, 2021; Zagożdżon, 1979), dlatego nie podjęto tego zagadnienia w niniejszej pracy. Celem artykułu jest adaptacja metody zaproponowanej przez Batty'ego (2014) do prezentacji i interpretacji zmian rankingu 100 największych polskich miast w latach 1950–2022 i wskazania miast o trajektorii zmian uznawanych przez niego jako klasyczne.

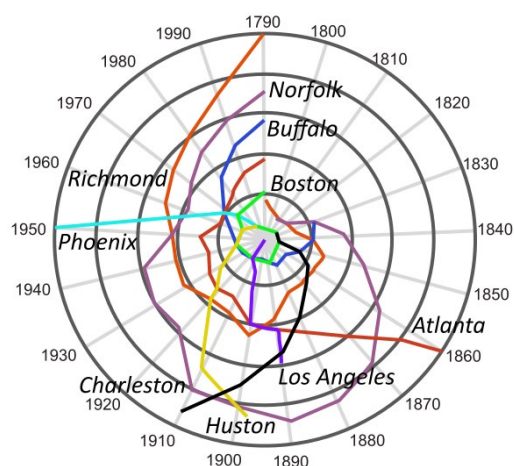
2. ŹRÓDŁA DANYCH I METODY

Wszystkie dane dotyczące liczby mieszkańców pochodzą z Głównego Urzędu Statystycznego (GUS). Najnowsze są publikowane na bieżąco na portalu internetowym tego urzędu (GUS, b.r.), a dane archiwalne uzyskano z publikacji książkowych GUS.

W dotychczasowych badaniach sieci osadniczej – głównie miejskiej – wykorzystywano wielokrotnie regułę *rank-size* opracowaną przez Zipfa w 1949 r. Od lat jest stosowana w badaniach w ramach geografii społeczno-ekonomicznej przez takich autorów, jak: Dziewoński (1972), Ioannides i Overman (2003), Pumin i in. (1984) oraz wielu innych.

Tradycyjnie na początku badań wykorzystuje się wykres skonstruowany w prostokątnym układzie współrzędnych w skali logarytmicznej, w którym liczba mieszkańców $P_i(t)$ jest uporządkowana względem jego rangi $r_i(t)$, przy czym największe miasto ma rangę 1 (Zipf, 1949). W badaniach dynamicznych zestawiane są kształt krzywych i wartość wykładnika, który z kolei jest porównywany do teoretycznego wykładnika zaproponowanego przez Zipfa. Na przykładzie miast amerykańskich (rysunek 1) i brytyjskich Batty (2006) zaproponował nową wizualizację w postaci zegara rang, w której zwrócił uwagę na inne możliwości interpretacji mikrodynamiki zmian rang. Jest ona coraz częściej stosowana, dzięki czemu z powodzeniem są przedstawiane nowe interpretacje dla wybranych systemów miast (Benguigui i in., 2008; Huang i in., 2015). Interesujące wyniki można uzyskać, mając do dyspozycji liczbę mieszkańców miast w długim horyzoncie czasowym, najlepiej przy niezmiennych się granicach.

Obserwacje trajektorii wybranych miast doprowadziły do zaproponowania wyidealizowanych trajektorii (rysunek 2), które można odnaleźć w ramach badań poszczególnych systemów miast (Batty, 2014). Jeśli obiekt w analizowanym okresie zawsze ma tę samą rangę (rysunek 2A), to różnica między rangami uzyskuje wartość zero, a linia na wykresie przypomina nieodkryty okrąg¹, przy czym obiekty położone najbliżej wnętrza wykresu mają rangę najwyższą. Zdarza się to w sytuacjach wyjątkowej stabilności obiektów w hierarchii. Obiekty, które wchodzą do zegara rang i przemieszczają się w kierunku jego środka, tworzą spirale do



Rysunek 1. Wykres *rank-clocks* dla wybranych miast systemu miejskiego USA w latach 1790–2000 – przykładowe trajektorie miast

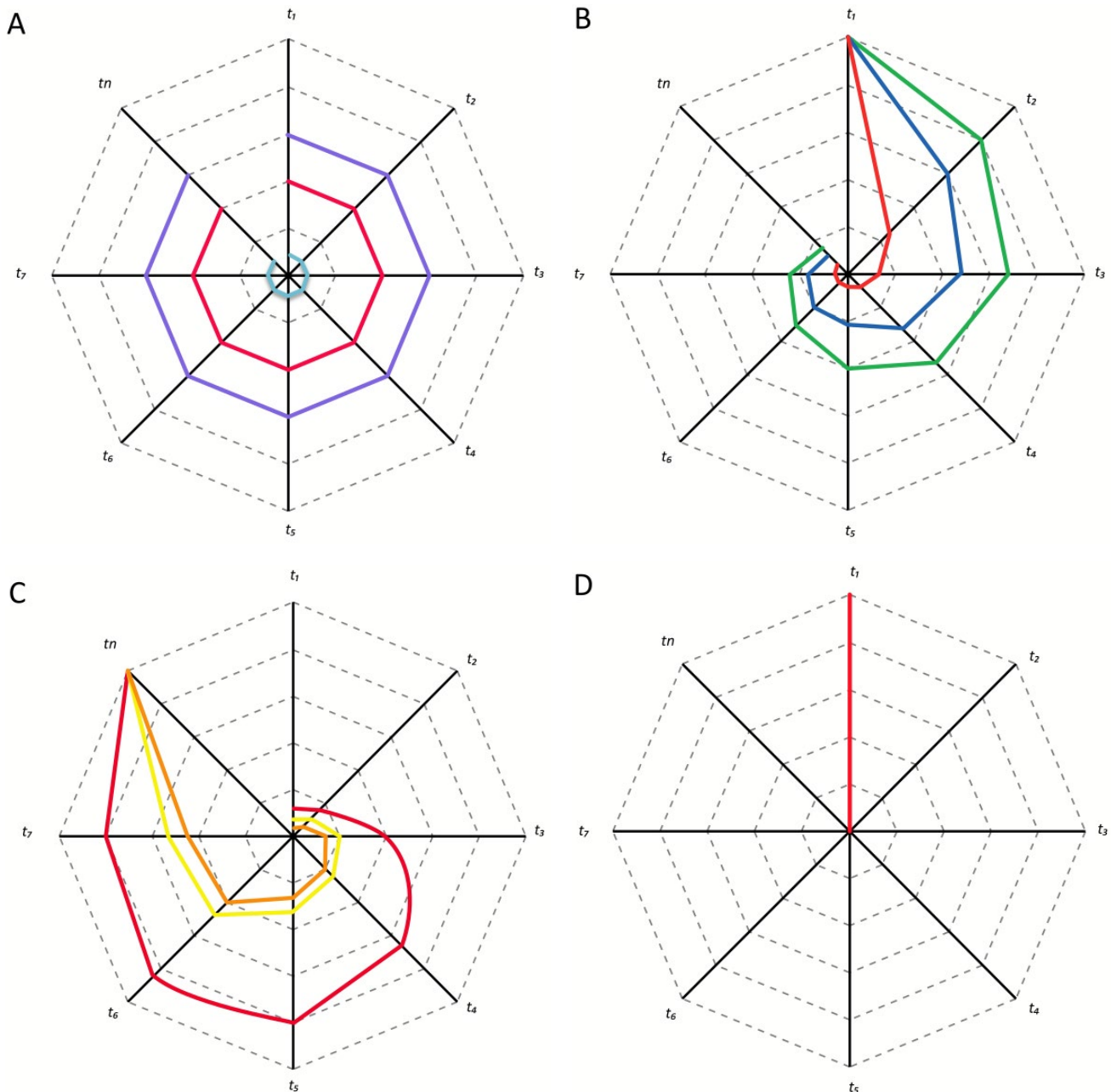
Źródło: Batty (2006, s. 593)

wewnątrz (rysunek 2B). Poprawiają one systematycznie swoją rangę w hierarchii. Odwrotnie dzieje się, gdy obiekty tracą rangę (rysunek 2C). Wówczas spiralnie w kierunku zewnętrznym zbliżają się do końca zegara. Teoretycznie może zdarzyć się, że obiekt dostaje się do zegara i zajmuje pierwszą pozycję oraz utrzymuje ją do końca okresu badań, wówczas wykres będzie odcinkiem (rysunek 2D). Oczywiście występują też sytuacje mieszane. Kolaż takich trajektorii może wiele powiedzieć, np. o systemie osadniczym.

Jak wspomniano wcześniej, nie każdy system miast można badać w okresie kilkuset lat. Jest to spowodowane różnymi przyczynami, np. powstaniem państwa – czego przykładem jest Izrael (Benguigui i in., 2008), zmianom jego granic, jak to wielokrotnie miało miejsce w przypadku Polski (Jażdżewska, 2006, 2008), lub dostępnością danych (Gao i in., 2017). Pomimo ponad tysiącletniej historii państwa polskiego – to z powodu częstych zmian granic oraz braku dostępności danych historycznych – zastosowanie metody proponowanej przez Batty'ego (2014) nie jest możliwe dla dłuższego okresu.

3. WYNIKI

Wielu autorów zawęża swoje analizy do grupy miast największych (Arshad i in., 2018). Tak jest również w przypadku badań prezentowanych w niniejszej pracy. Podobnie jak u Batty'ego (2006) do badań trajektorii zmian rang wybrano miasta, które znajdowały się w pierwszej setce miast pod względem liczby ludności w roku 1950 oraz 2022. Spośród nich 24 miasta spełniały ten warunek tylko w jednym roku ze wskazanych lat, dlatego zbiór miast liczył 124 jednostki. Na wstępie sprawdzono, jakim zmianom podlegały rangi $r_i(t)$ od



Rysunek 2. Klasyczne zmiany w rankingu definiujące wyidealizowane trajektorie
 Objasnienia: A – stabilny ranking, B – spiralne wejście do rankingu, C – spiralne wyjście z rankingu,
 D – bezpośrednie wejście do rankingu na 1. pozycję
 Źródło: opracowanie własne na podstawie Batty'ego (2014)

roku 1950 do 2002 (tabela 1, s. 54) i obliczono różnicę rang dla każdego miasta o $r_i(2022) - r_i(1950)$. Cztery ośrodki nie zmieniły pozycji w hierarchii w ciągu ponad 70 lat, a pozostałe przesuwały się w górę lub w dół rankingu. Przesunięcie w górę oznaczało poprawę pozycji, a przesunięcie w dół odwrotnie. W kilku miastach odnotowano wysokie wartości różnicy rang, dlatego zdecydowano się przeanalizować rangi badanych miast w siedmiu przedziałach czasowych, pomiędzy następującymi latami: 1950, 1960, 1970, 1978, 1988, 2002, 2011, 2022, w poszukiwaniu prawidłowości i trajektorii (Batty, 2014).

Wybranie 100 największych polskich miast w 1950 r. i prześledzenie zmian ich rangi w latach 1950–2022 pokazało, że 24 z nich opuściło grupę największych i przemieściło się w dół hierarchii (rysunek 3, s. 54). Zważywszy na fakt, że liczba miast zwiększała się w Polsce w ciągu 70 lat, zmiany rangi nie są duże. Wszystkie miasta, które opuściły pierwszą setkę, znalazły się między 100. a 160. miejscem we współczesnej hierarchii miast. Zastosowany wykres *rank-clocks* pozwolił na wskazanie okresów, w których występowały największe przetarasowania w hierarchii. Wyróżniały się przede wszystkim dwa okresy. Pierwszy to lata

Tabela 1. Zmiany rangi 100 największych miast w Polsce między 1950 i 2022 r.

Różnica rang $r_i(2022) - r_i(1950)$	Liczba miast w rankingu		
	pogorszenie pozycji	poprawa pozycji	bez zmian
>101	0	1	0
91–100	0	2	0
81–90	0	2	0
71–80	2	0	0
61–70	1	3	0
51–60	2	1	0
41–50	3	4	0
31–40	10	11	0
21–30	10	10	0
11–20	10	11	0
1–10	22	15	0
0	0	0	4

Źródło: opracowanie własne.

1950–1960, kiedy miały miejsce migracje powojenne w systemie osadniczym, a drugi to przypadający na lata 1970–1988 okres industrializacji w Polsce, w którym migracje były efektem tworzenia nowych miejsc pracy w miastach przemysłowych.

Skoro 24 miasta opuściły ranking 100 największych, to w ich miejsce pojawiły się inne. Do analizy dodano miasta, które znalazły się wśród 100 największych w 2022 r., a nie było ich w roku 1950. Porównując trajektorie zmian rang polskich miast w czasie siedmiu dekad z trajektoriami opisanymi przez Batty'ego (2014), można

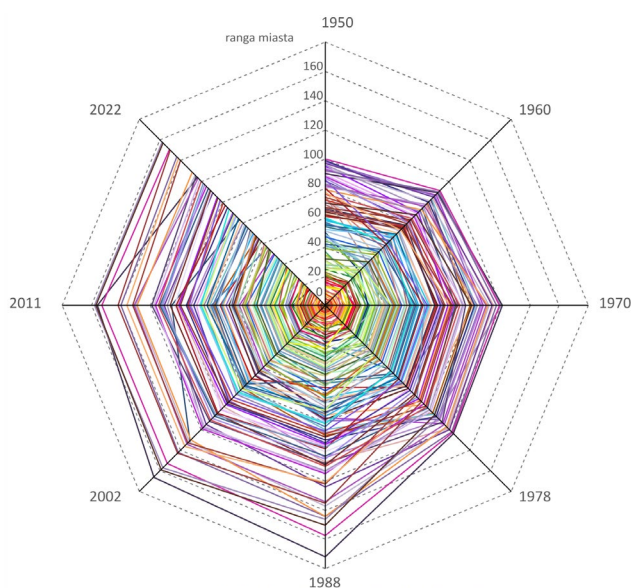
wskazać kilka przypadków, które mogą spełniać jego założenie teoretyczne.

Trajektorie rang reprezentujących najbardziej stabilne miasta w hierarchii według Batty'ego (rysunek 2A) można było odnaleźć w kilku polskich miastach (rysunek 4A). Cztery z nich (Warszawa, Gdańsk, Szczecin, Leszno) nie zmieniły rangi między 1950 a 2022 r., co nie oznacza, że w całym tym okresie znajdowały się w tym samym miejscu w hierarchii miast. Według uzyskanych danych tylko dwa miasta nie zmieniły swojej rangi w ciągu ponad 70 lat, były to Warszawa i Gdańsk. Stolica jest zazwyczaj największym miastem kraju i w regule Zipfa stanowi tzw. naczelne miasto (ang. *primate city*), rzadko spadając na niższą pozycję w hierarchii², ale Gdańsk znajdował się bez przerwy na 6. miejscu. Szczecin z 7. lokaty spadł na krótko na 8. miejsce, po czym powrócił na 7. pozycję w hierarchii 100 największych miast w Polsce. Można uogólnić, że wśród największych siedmiu miast ranking był dość stabilny, a poszczególne ośrodki zmieniały położenie w hierarchii maksymalnie o dwie pozycje (rysunek 4A). To pozwala przypuszczać, że takie miasta, jak: Łódź, Kraków, Wrocław, Poznań, Gdańsk i Szczecin, pełnią ważną funkcję w regionalnych systemach miast. Część dużych i średnich miast również miała stabilną pozycję, która w ciągu prawie ośmiu dekad ulegała niedużym przemieszczeniom; były to: Bydgoszcz, Katowice, Sosnowiec, Leszno, Opole, Ostrów Wielkopolski, Elbląg, Częstochowa, Starogard Gdański, Legnica, Pruszków, Skierniewice.

Kolejna grupa obejmowała miasta obniżające swoją pozycję w hierarchii, poruszając się i tworząc spirale na zewnątrz zegara. Ośrodki, które opuszczały ranking 100 największych miast w roku 1950, zajmowały w tym roku pozycje pomiędzy 60. a 100. Systematycznie ich ranga zmniejszała się, choć nie były to spektakularne upadki miast, a tylko inne wyprzedzały je w hierarchii. Po ponad 70 latach ich pozycje w hierarchii spadły i ośrodki te uplasowały się w drugiej setce polskich miast. Spośród wielu miast, których ranga w hierarchii spadła, wyróżniają się miejskie jednostki osadnicze położone w południowej Polsce (rysunek 4B), w większości na terenach podgórskich lub górskich, oraz ośrodki poprzemysłowe, takie jak: Bielawa, Cieszyn, Czeladź, Dzierżonów, Kłodzko, Zakopane, Żyrardów, Żywiec.

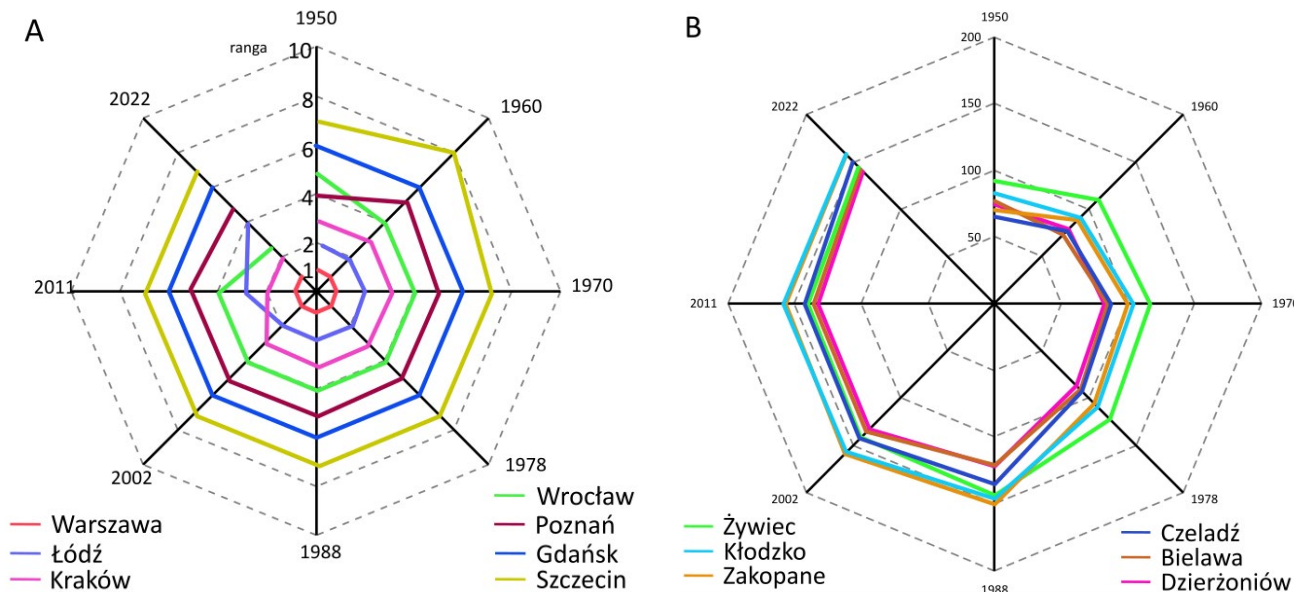
Miasta, które wchodziły do zegara rang i poprawiają swoją pozycję w hierarchii, poruszają się w kierunku jego środka, tworząc spirale do wewnątrz (rysunek 2B). Szybkość, z jaką przemieszczają się w zegarze, a także najniższa i najwyższa ranga w badanym okresie świadczą o dynamice zmian rang tych miast. Polskie miasta wchodzące do rankingu zegara podzielono na dwie grupy (rysunek 5).

Pierwszą grupę stanowią miasta, które dostały się do 100 największych z drugiej setki polskich miast, w drugiej grupie znalazły się ośrodki, które przeszły



Rysunek 3. Zmiany w latach 1950–2022 rangi 100 największych miast w Polsce z 1950 r.

Źródło: opracowanie własne

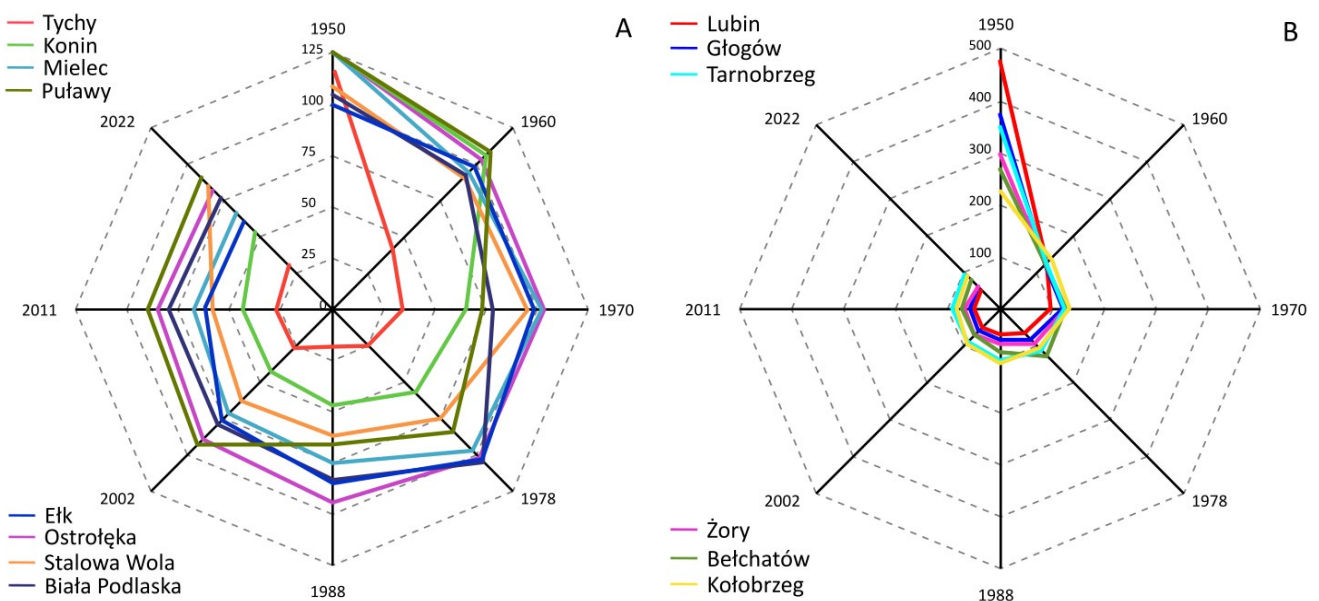


Rysunek 4. Przykładowe miasta stabilne (A) oraz wychodzące (B) z rankingu zegara 100 największych miast w Polsce w latach 1950–2022

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS

do grupy 100 największych z dalszych pozycji w hierarchii (powyżej 200). Miasta z pierwszej grupy powoli i systematycznie wkraczały do grona 100 największych miast, o czym świadczą kształty krzywych (rysunek 5A). Jedynie Tychy dość szybko wyprzedziły inne ośrodki i znalazły się w trzeciej dziesiątce największych ośrodków. To miasto, położone na Górnym Śląsku w pobliżu Katowic, po roku 1950 było szybko rozbudowywane. Dołączano do niego sąsiednie gminy i małe miasta, a w jego granicach powstał socjalistyczny projekt osiedla Nowe Tychy.

W drugiej grupie przedstawiono sześć spektakularnych przykładów ośrodków, które z bardzo odległych pozycji pojawiły się w pierwszej setce miast (rysunek 5B). Rozwój pięciu z nich był ściśle powiązany z odkryciem złóż węgla kamiennego, brunatnego, miedzi i siarki, których wydobywanie rozpoczęło się po 1950 r. Jedynie nadmorski Kołobrzeg swoją rangę podniósł dzięki funkcji portowej, turystycznej i uzdrowiskowej. Pewne znaczenie w podwyższeniu pozycji tego miasta miał również fakt, że było ono bardzo zniszczone w okresie II wojny światowej i w 1950 r. wyróżniało się niskim stopniem



Rysunek 5. Miasta wchodzące do rankingu zegara 100 największych w Polsce w latach 1950–2022
Objaśnienia: A – powolne przemieszczanie się w rankingu, B – gwałtowne przemieszczanie się w rankingu

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS

zasiedlenia. Miasta Lubin i Głogów dostały się do rankingu 100 największych miast z bardzo dalekich pozycji – Lubin z 476., a Głogów z 375. Nie byłoby to możliwe, gdyby nie odkrycie w ich rejonie złóż miedzi, co wraz z rozwojem przemysłu wydobywczego przyczyniło się do szybkiej urbanizacji tych ośrodków.

W badanym okresie nie było wśród polskich miast takiego, które weszłoby do rankingu bezpośrednio na 1. pozycję (por. rysunek 2D).

Pozostałe miasta poruszały się w hierarchii 100 pierwszych w rankingu, nie opuszczając jej. Jak można zauważyć (por. tabela 1, rysunek 2), większość miast zmieniała swoją rangę. Jest to jednak dość oczywisty fakt wynikający z uwarunkowań gospodarczych, historycznych i społecznych w kraju. Ważną rolę odgrywał proces industrializacji Polski w drugiej połowie XX w., sterowany przez władze socjalistyczne Polski. Drugim czynnikiem powodującym wzrost ludności w polskich miastach w tym czasie były zmiany administracyjne ich granic (Szymańska i in., 2009). Powodowało to najczęściej przyrost ich powierzchni, ale nie zawsze (Szmytkie, 2019).

Największe 100 miast systematycznie do końca XX w. zwiększało swój udział w populacji Polski, a ten następnie od początku XXI w. zaczął spadać (tabela 2). Część dużych miast wytworzyła strefę podmiejską (Śleszyński, 2006), w której coraz większą rolę odgrywały małe miasta położone w ich zapleczu (Szmytkie i Sikorski, 2020) oraz tereny wiejskie (Dyszy i Zuzańska-Żyśko, 2020). Powodowało to – oprócz innych czynników – spadek udziału ludności największych miast w populacji Polski i stabilizację w rankingu w pierwszych dekadach XXI w.

Tabela 2. Udział ludności 100 największych polskich miast w populacji Polski w latach 1950–2022

Rok	Odsetek
1950	27,0
1960	31,7
1970	33,8
1988	40,3
2002	39,3
2022	38,0

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4. WNIOSKI

Adaptacja metody *rank-clocks* zaproponowanej przez Batty'ego (2014) dała dobre rezultaty w przypadku badań polskiego systemu miast (100 największych). Można było wskazać te ośrodki, które miały najbardziej stabilną pozycję w hierarchii i pełniły ważną funkcję w regionalnych sieciach miast. Były to przede

wszystkim miasta największe, ale również kilka miast średnich. Spadek w hierarchii zwykle nie następował gwałtownie i był konsekwencją nieuniknionych zmian w systemie osadniczym, w szczególności depopulacji miast na południowym zachodzie Polski. Trajektoria spadku jest systematyczna, ale powolna. W przeciwieństwie do niej kilka miast spektakularnie dostało się do rankingu 100 największych i było to związane z odkryciem złóż mineralnych i szybką urbanizacją. Pozostałe miasta wchodziły do rankingu powoli i zastępowały miasta opuszczające go. Nawiązując do teoretycznych trajektorii Batty'ego (2014), trzy trajektorie z czterech proponowanych przez niego można wskazać w polskim systemie miast (rysunek 2). Nie wystąpiło natomiast bezpośrednie wejście do rankingu z dalszych miejsc na 1. pozycję. Analizując trajektorie zmian rang polskich miast, można prześledzić i wskazać przyczyny, które mogły wpłynąć na te zmiany, np.: polityczne, administracyjne, ekonomiczne, lokalizacji zasobów i wypadków historycznych (Jażdżewska, 2008, 2017).

Przeprowadzone analizy nie wyczerpują możliwości opisanej metody. Następnym etapem może być wzięcie pod uwagę wszystkich miast będących w systemie i opracowanie zegara rang, w którym będą widoczne nie tylko zmiany w hierarchii, ale również przyrost liczby miast, jak to miało miejsce w badaniach systemu miast izraelskich (Benguigui i in., 2008). Przyszłe badania z wykorzystaniem *rank-clocks* mogą również dalej śledzić wrażliwość metody na różne definicje miast. Proponowane są kolejne metody badań systemu miast, w których konstruuje się drzewa dominacji zaproponowane przez Okabe i Sadahiro (1996). Należy nadmienić, że metoda *rank-clocks* może być polecana nie tylko w badaniach systemów osadniczych, ale również w badaniach ekonomicznych (Guo i in., 2013), biologicznych (Collins i in., 2008), sportu (O'Brien i Gleeson, 2021) oraz innych.

PRZYPISY

¹ Na rysunku widać modyfikację wykresu – zamiast okręgu jest niedomknięty okrąg. Autorka uważa, że jego domknięcie wprowadza niedopowiedzenie, jeśli chodzi o ostatni rok obserwacji. Oś zaczyna się od 0, a nie od 1, jak u Batty'ego (2006).

² Można wskazać Warszawę tuż po II wojnie światowej.

BIBLIOGRAFIA

- Arshad, S., Hu, S., Ashraf, B.N. (2018). Zipf's law and city size distribution: A survey of the literature and future research agenda. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 492, 75–92. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.10.005>

- Batty, M. (1997). Virtual geography. *Futures*, 29(4–5), 337–352. [https://doi.org/10.1016/s0016-3287\(97\)00018-9](https://doi.org/10.1016/s0016-3287(97)00018-9)
- Batty, M. (2006). Rank clocks. *Nature*, 444(7119), 592–596. <https://doi.org/10.1038/nature05302>
- Batty, M. (2008). The size, scale, and shape of cities. *Science*, 319(5864), 769–771. <https://doi.org/10.1126/science.1151419>
- Batty, M. (2014, January 6). *Scale, power laws, and rank size in spatial analysis* (UCL Working Papers – Series Paper 195). UCL Centre for Advanced Spatial Analysis. https://www.ucl.ac.uk/bartlett/sites/bartlett/files/migrated-files/paper195_0.pdf
- Benguigui, L., Blumenfeld-Lieberthal, E., Batty, M. (2008, July). *Macro and micro dynamics of city size distributions: The case of Israel* (UCL Working Papers – Series Paper 139). UCL Centre for Advanced Spatial Analysis. <https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/15192/1/15192.pdf>
- Collins, S.L., Suding, K.N., Cleland, E.E., Batty, M., Pennings, S.C., Gross, K.L., Grace, J.B., Gough, L., Fargione, J.E., Clark, C.M. (2008). Rank clocks and plant community dynamics. *Ecology*, 89(12), 3534–3541. <https://doi.org/10.1890/07-1646.1>
- Dyszy, M., Zuzanska-Żyśko, E. (2020). Strefy wpływu miast a migracje ludności w regionie policentrycznym. *Konwersatorium Wiedzy o Mieście*, 33(5), 101–114. <https://doi.org/10.18778/2543-9421.05.08>
- Dziwioński, K. (1972). General theory of rank-size distributions in regional settlement systems: Reappraisal and reformulation of the rank-size rule. *Papers in Regional Science Association: The Journal of the Regional Science Association International Publishing model*, 29, 73–86. <https://doi.org/10.1007/BF01962286>
- Gabaix, X. (1999). Zipf's law for cities: An explanation. *The Quarterly Journal of Economics*, 114(3), 739–767. <https://doi.org/10.1162/003355399556133>
- Gao, B., Huang, Q., He, C., Dou, Y. (2017). Similarities and differences of city-size distributions in three main urban agglomerations of China from 1992 to 2015: A comparative study based on nighttime light data. *Journal of Geographical Sciences*, 27, 533–545. <https://doi.org/10.1007/s11442-017-1391-7>
- Główny Urząd Statystyczny. (b.r.). <https://stat.gov.pl/>
- González-Val, R. (2012). Zipf's law: Main issues in empirical work. *Région et Développement*, (36), 147–164. https://regionetdeveloppement.univ-tln.fr/wp-content/uploads/8_GonzalezVal.pdf
- Guo, J., Xu, Q., Chen, Q., Wang, Y. (2013). Firm size distribution and mobility of the top 500 firms in China, the United States and the world. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(13), 2903–2914. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2012.12.042>
- Heffner, K. (1992). Przekształcenia układu hierarchicznego miast Opolszczyzny. *Acta Universitatis Wratislaviensis. Studia Geograficzne*, 52(1238), 149–171.
- Huang, Q., He, C., Gao, B., Yang, Y., Liu, Z., Zhao, Y., Dou, Y. (2015). Detecting the 20 year city-size dynamics in China with a rank clock approach and DMSP/OLS nighttime data. *Landscape and Urban Planning*, 137, 138–148. <https://doi.org/10.1016/j.landurbplan.2015.01.004>
- Ioannides, Y.M., Overman, H.G. (2003). Zipf's law for cities: An empirical examination. *Regional Science and Urban Economics*, 33(2), 127–137. [https://doi.org/10.1016/S0166-0462\(02\)00006-6](https://doi.org/10.1016/S0166-0462(02)00006-6)
- Jajdzewska, I. (2006). Factors determining changes in urban settlement system in Poland in the 20th century. *Acta Facultatis Studiorum Humanitatis et Naturae Universitatis Prešovensis: Prírodné vedy: Folia Geographica*, 45(10), 217–223. <https://www.foliageographica.sk/wp-content/uploads/2025/03/26-Iwona-Jajdevska-factors-determining-changes-in-urban-settlement-system-in-Poland-in-the-20Th-century.pdf>
- Jajdzewska, I. (2008). *Przemiany miejskiej sieci osadniczej w Polsce w świetle metod matematycznych*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Jajdzewska, I. (2017). Spatial and dynamic aspects of the rank-size rule method: Case of an urban settlement in Poland. *Computers, Environment and Urban Systems*, 62, 199–209. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2016.11.006>
- O'Brien, J.D., Gleeson, J.P. (2021). A complex networks approach to ranking professional snooker players. *Journal of Complex Networks*, 8(6), 1–16. <https://doi.org/10.1093/comnet/cnab003>
- Okabe, A., Sadahiro, Y. (1996). An illusion of spatial hierarchy: Spatial hierarchy in a random configuration. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 28(9), 1533–1552. <https://doi.org/10.1068/a281533>
- Pumain, D., Saint Julien, T., Sanders, L. (1984). Dynamics of spatial structure in French urban agglomerations. *Papers in Regional Science: Association: The Journal of the Regional Science Association International*, 55, 71–82. <https://doi.org/10.1007/BF01939845>
- Sokołowski, D. (2001). Zastosowanie modelu regresji ważonej do aproksymacji wykresu wielkości-kolejności. W: H. Rogacki (red.), *Koncepcje teoretyczne i metody badań geografii społeczno-ekonomicznej i gospodarki przestrzennej* (s. 169–178). Bogucki Wydawnictwo Naukowe.
- Sokołowski, D., Jajdzewska, I. (2021). Zipf's law for cities: Estimation of regression function parameters based on the weight of American urban areas and Polish towns. *Bulletin of Geography. Socio-economic Series*, (53), 147–156. <https://doi.org/10.2478/bog-2021-0028>
- Szmytkie, R. (2019). Zmiany granic administracyjnych miast w Polsce w latach 1990–2017 i ich wpływ na wielkość zaludnienia. *Konwersatorium Wiedzy o Mieście*, 32(4), 19–34. <https://doi.org/10.18778/2543-9421.04.02>
- Szmytkie, R., Sikorski D. (2020). Zmiany ludnościowe małych miast w strefach zaplecza głównych aglomeracji miejskich w Polsce. *Space – Society – Economy*, (31), 7–24. <http://doi.org/10.18778/1733-3180.31.01>
- Szymańska, D., Grzelak-Kostulska, E., Hołowiecka, B. (2009). Polish towns and the changes in their areas and population densities. *Bulletin of Geography. Socio-economic Series*, (11), 15–31. <https://doi.org/10.2478/v10089-008-0018-2>
- Śleszyński, P. (2006). Demograficzny wymiar procesów suburbanizacji w Polsce po 1989 roku. W: S. Kozłowski (red.), *Życiowe rozprzestrzenianie się miast* (s. 105–124). Wydawnictwo Ekonomia i Środowisko.
- Zagożdżon, A. (1979). *Ośrodki regionalne i subregionalne Polski. Charakterystyka ogólna i niektóre problemy metodologiczne*. Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego.
- Zipf, G.K. (1941). *National unity and disunity: The nation as a bio-social organism*. The Principia Press.
- Zipf, G.K. (1949). *Human behaviour and the principle of least effort: An introduction to human ecology*. Addison-Wesley Press.

Artykuł wpłynął:

1 lipca 2025 r.

Zaakceptowano do druku:

15 września 2025 r.



© by the author, licensee University of Lodz – Lodz University Press, Lodz, Poland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution license CC-BY-NC-ND 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

Funding information: University of Lodz. **Conflicts of interests:** None. **Ethical considerations:** The Author assures of no violations of publication ethics and takes full responsibility for the content of the publication. **Declaration regarding the use of GAI tools:** Not used.